Diplôme Universitaire de Circulation Extra-Corporelle en chirurgie cardiaque et en suppléances d'organes

Groupe Hospitalier Bordeaux-Sud / Université de Bordeaux

Vendredi 10 Janvier 2025

Dynamique des fluides

Agnès DROCHON

I2M, UMR CNRS 5295, Talence

agnes.drochon@u-bordeaux.fr

Contenu de la présentation

- Notions de viscosité, contraintes dans un fluide
- Loi de Poiseuille
- Equation de Bernoulli
- Calculs de pertes de charge
- Pompes
- Rhéologie du sang
- Vitesse de propagation d'une onde dans une conduite

- Eléments complémentaires éventuels:

- Présentation d'un travail de recherche sur l'intérêt de la pulsatilité en CEC

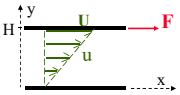
A Drochon et al. « Extracorporeal circulation during on-pump cardiac surgery: an evaluation of the energy equivalent pressure index based on waveforms decomposition in harmonics », Artificial Organs , 45 (8):861-865.

- Exercices d'application sur les notions présentées

Fluid mechanics: basic definitions

Density = ρ (in kg/m^3)

Dynamic viscosity = μ (in Pa.s). (Resistance to flow)

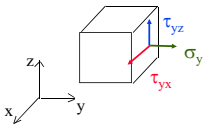


$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

τ (in Pa): shear stress

du/dy = shear rate (s^{-1})

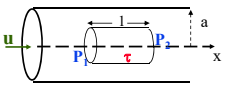
Stresses on an elementary fluid volume:



$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma x & \tau yx & \tau zx \\ \tau xy & \sigma y & \tau zy \\ \tau xz & \tau yz & \sigma z \end{bmatrix}$$

Laminar steady flow in a rigid tube – Newtonian fluid Poiseuille law

Forces Equilibrium: $\tau\, 2\pi r\, l = -\pi r^2 \frac{dP}{dx}$



Newtonian fluid : $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$

Velocity profile : $u = -\frac{1}{4\mu}\left(a^2 - r^2\right)\frac{dP}{dx}$

Poiseuille law:

Flow rate Q: $Q = \int_0^a u(r)\, 2\pi r\, dr \longrightarrow \Delta P = \frac{8\mu L}{\pi a^4} Q$

Max velocity: $U_{max} = 2\, U_{moy}$ **Wall shear stress:** $\tau_w = \frac{4\mu}{\pi a^3} Q$

Bernoulli's equation

- Conservation de l'énergie mécanique totale le long d'une ligne de courant pour un fluide parfait, incompressible, en écoulement stationnaire

$$P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho V^2 = Cste$$

P : pression statique ; ρgz : pression due à la pesanteur ;
½ ρ V^2 : pression dynamique (V: vitesse de l'écoulement)

Ex: vérifier que tous les termes de l'équation sont homogènes à des Pascals, et que les Pascals représentent une énergie par unité de volume

- Si le fluide n'est pas parfait (fluide visqueux), il se produit une perte d'énergie au long de l'écoulement, due aux frottements. On écrit alors l'équation de Bernoulli généralisée.
Pour un écoulement stationnaire d'un fluide incompressible, d'un point A vers un point B le long d'une ligne de courant:

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho V_A^{\ 2} = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho V_B^{\ 2} + \Delta P_f$$

Les pertes de charge par frottement, ΔP_f, sont proportionnelles à la pression dynamique:

$$\Delta P_f = \zeta\, (½\, \rho\, V^2)$$

Le coefficient ζ dépend de la nature et de la géométrie de l'écoulement

Bernoulli's equation: pressure drops

- Ecoulement laminaire dans une conduite cylindrique de rayon a et longueur l :

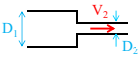
$$\zeta = \frac{64}{\mathcal{R}_e}\frac{l}{2a}$$

où R_e est le nombre de Reynolds, donné par : $\mathcal{R}_e = \frac{\rho V 2a}{\mu}$

Ex1: vérifier que le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension.

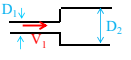
Ex2: montrer que, dans ce cas, on obtient la relation: $\Delta P_f = \frac{8\mu l}{\pi a^4} Q$

- Rétrécissement brusque de la canalisation:



$$\zeta = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2}\right) \qquad \Delta P_f = \zeta\, ½\, \rho\, V_2^2$$

- Elargissement brusque de la canalisation:



$$\zeta = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 \qquad \Delta P_f = \zeta\, ½\, \rho\, V_1^2$$

Exemples de calculs de pertes de charges

- Pertes de charge réparties le long d'une conduite cylindrique de rayon a et de longueur l:
  Si Q = 100 ml/min, ρ = 1030 kg/m^3, μ = 2 mPa.s, a = 2.5 mm, l = 1m, alors:

  $V_{moy} = Q / \pi a^2 = 0.085$ m/s $R_e = \rho V_{moy} 2a / \mu = 219$, régime laminaire

  $\Delta P_f = (8 \mu l Q) / \pi a^4 = 217.3$ Pa = 1.63 mmHg

  → Si Q est multiplié par n, chacune des quantités sera x par n

- Rétrécissement brusque de la conduite d'un rayon a_1 = 2.5 mm à un rayon a_2 = 1.5 mm, pour un débit Q = 100 ml/min et ρ = 1030 kg/m^3

  $V_2 = Q / \pi a_2^2 = 0.236$ m/s ; $\zeta = 0.32$;
  $\Delta P_f = 0.32 \times 0.5 \times 1030 \times (0.236^2) = 9.163$ Pa = 0.068 mmHg

  → Si Q est multiplié par n, V_2 sera x par n et ΔP_f par n^2

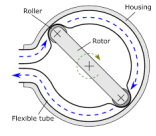
- Elargissement brusque de la conduite d'un rayon a_1 = 2.5 mm à un rayon a_2 = 3.5 mm, pour un débit Q = 100 ml/min et ρ = 1030 kg/m^3

  $V_1 = Q / \pi a_1^2 = 0.085$ m/s ; $\zeta = 0.24$;
  $\Delta P_f = 0.24 \times 0.5 \times 1030 \times (0.085^2) = 0.89$ Pa = 0.007 mmHg

  → Si Q est multiplié par n, V_1 sera x par n et ΔP_f par n^2

Les principales pompes utilisées pour les fluides biologiques

- Pompe péristaltique: le fluide contenu dans un tube est écrasé périodiquement par des galets entrainés par un rotor; un certain volume de fluide est chassé à chaque passage d'un galet

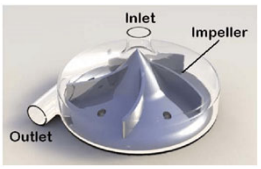


Conventional roller pump with complete tube occlusion in the areas of the rollers

https://www.ifte.de/

- Pompe volumétrique:
qui éjecte un volume contrôlé de fluide

- Pompe centrifuge: la rotation d'une roue à aubes crée l'aspiration axiale du fluide et le refoulement tangentiel

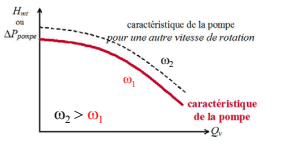


Kafagy et al. (2013) *Trends in Biomat. Artif. Organs* 27(3), p124-130.

L'écoulement n'est pas pulsé.
Possibilité d'atteindre des débits et pressions physiologiques (5l/min, 100 mmHg)
ω_{rotor} de 2000 à 4000 tours /min

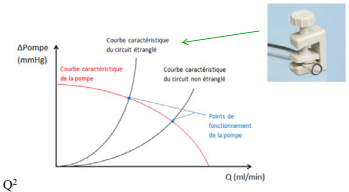
Notions sur le fonctionnement des pompes centrifuges

- La pompe augmente la pression totale du fluide d'une valeur ΔP_m, appelée « charge de la pompe »
- La pompe fournit une puissance hydraulique $\mathcal{P}_{hyd} = Q \times \Delta P_m$. Elle transforme de l'énergie mécanique en énergie hydraulique, selon un rendement η ($\mathcal{P}_{hyd} = \eta \mathcal{P}_{méca}$)
- La charge ΔP_m délivrée par une pompe centrifuge dépend du débit Q qui la traverse et de la vitesse de rotation ω du rotor.



https://sites.cnam.fr/industries-de-procedes/ressources-pedagogiques-ouvertes/hydraulique/co/3grain_caractPompesCentrif.html

- Influence de la résistance hydraulique du circuit



- Les pertes de charge dans le circuit varient comme Q^2
- Si on augmente la $\mathcal{R}_{hyd}$ du circuit, on décale sa courbe caractéristique vers des débits plus faibles associés à des pressions plus élevées

Pompes centrifuges: notion de NPSH

- NPSH (net positive suction head) quantifie la hauteur manométrique d'aspiration disponible pour éviter la vaporisation du fluide en entrée de pompe (où la pression est la plus basse). Condition de non- cavitation.

  NPSH x ρg = $P_{entrée\ de\ pompe} - P_{sat}$

- La pression de vapeur saturante P_{sat} d'un liquide dépend de la température. Par exemple, pour l'eau: P_{sat} (100°C) = 101325 Pa = P_{atm}; P_{sat} (50°C) = 12335 Pa; P_{sat} (20°C) = 2337 Pa.
- Le NPSH est en général donné par le constructeur en fonction du débit, sous forme d'abaques

Arterial and veinous network: physiological data

	Diamètre D (cm)	Nombre de vaisseaux	Longueur (cm)	Section totale équivalente (cm^2)	Vitesse U (cm/s)	Nombre de Reynolds
Aorte	2	1	59	3.14	24	1200
	0.5	40	29	8	9.3	116
	0.07	1800	5.8	11	7	12.2
	0.005	1 000 000	0.15	20	3.7	0.46
Micro-capillaires	0.0008	3 10^9	0.15	1500	0.05	0.001
	0.0075	15 000 000	0.22	670	0.11	0.02
	0.03	76000	2.1	54	1.4	1.05
	1	40	29	32	2.35	58.7
Veine Cave	2.5	1	59	4.8	15.5	968

(*R. Comolet Biomécanique circulatoire, Ed. Masson, 1984*)

Reynolds: $\mathfrak{R}_e = \frac{\rho UD}{\mu}$

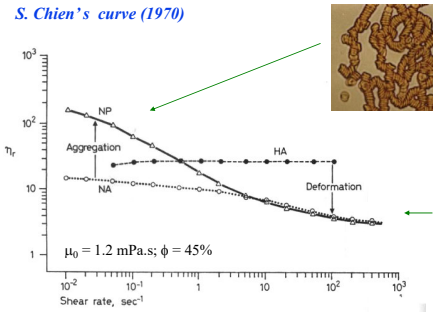
Rheology of Fluids: definitions

- Newtonian fluid:
  Its viscosity does not depend on shear rate
- Shear thinning fluid:
  Its viscosity decreases when shear rate increases
- Yield stress fluid:
  Begins to flow only if the stress is higher than a critical value
- Thixotropic fluid:
  Its viscosity decreases with time, under constant shear rate.
  Restructuration is possible if flow is stopped.

→ Viscosity decreases when temperature increases:
Ex.: water: at 20°C: μ = 1 mPa.s; at 60°C: μ = 0.6 mPa.s

Blood viscosity

S. Chien's curve (1970)



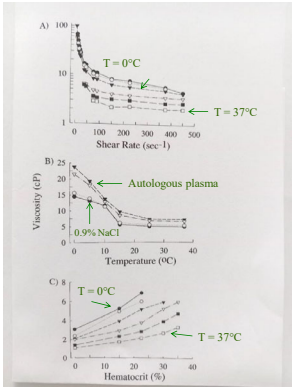
G = 500s^{-1}; μ_0 = 12mPa.s

NP, NA: Normal RBCs in Plasma or in Albumin solution
HA: Hardened RBCs in Albumin solution

Fischer and Schmid-Schönbein, Blood Cells (3), 1977

Blood viscosity (2)

From Eckmann et al., Anesth. Analg. 2000; Vol. 91, p 539-45



A) Φ = 22.5% (hemodilution with 5% albumin), T = 0°C, 5°C, 10°C, 15°C, 25°C, 37°C.

B) Fixed shear rate (45 s^{-1}) and ϕ = 22.5% (hemodilution with 0.9% NaCl, 5% albumin, autologous plasma, 6% hydroxyethyl starch)

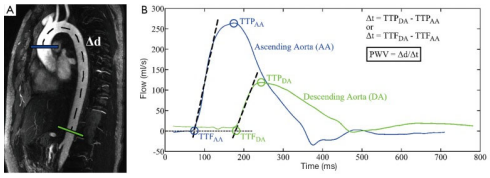
C) Hemodilution with 5% albumin, shear rate 375 s^{-1} T = 0°C, 5°C, 10°C, 15°C, 25°C, 37°C

Plasma viscosity depends on its concentration in large molecules such as proteins, lipids and polysaccharides. $\mu_{plasma} \approx 1.5$ mPa.s

Célérité de l'onde de pouls (déf. radiale)

⟶ Exemple de méthode de mesure: par IRM

Temps nécessaire à l'onde pour aller d'une section de l'artère à une autre: PWV = $\Delta d / \Delta t$



Wentland et al. (2014) Cardio Vasc Diagn Ther

⟶ Formule de Moens-Korteweg

$$PWV = \sqrt{\frac{Eh}{2\rho R}}$$

E = module Young paroi artère (Pa) (hyp: isotrope, mince, élastique)
h, R = épaisseur et rayon du vaisseau (m)
ρ = masse volumique du sang (kg/m^3)

Aorte (non pathologique):
R = 1 cm, h = 2 mm,
ρ = 1050 kg/m^3, PWV ≈ 9 m/s,
E ≈ 10^6 Pa.